

09

EFECTO DE UN SISTEMA

DE PROCEDIMIENTOS DIDÁCTICOS SOBRE EL DESARROLLO DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN INGENIERÍA

EFFECT OF A SYSTEM OF DIDACTIC PROCEDURES ON THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELING IN ENGINEERING

Fabio Omar Díaz-Silva¹

E-mail: fabio@uho.edu.cu

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8826-067X>

Miguel Cruz-Ramírez²

E-mail: macruz65@uan.edu.co

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1697-1624>

Nelson Batista-Herrera¹

E-mail: nelsonbh@uho.edu.cu

ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-4643-0213>

¹ Universidad de Holguín. Cuba.

² Universidad Antonio Nariño. Colombia.

Cita sugerida (APA, séptima edición)

Díaz-Silva, F. O., Cruz-Ramírez, M., & Batista-Herrera, N. (2026). Efecto de un sistema de procedimientos didácticos sobre el desarrollo de la modelación matemática en ingeniería. *Revista Transdisciplinaria de Estudios Sociales y Tecnológicos*, 6(3), 96-105.

Presentación: 21/06/2026

Aceptación: 24/07/2026

Publicación: 01/09/2026



RESUMEN

En el estudio se evaluó el efecto de un sistema de procedimientos didácticos sobre el desarrollo de la competencia de modelación matemática en estudiantes de ingeniería, en el campo de las funciones reales de una variable real. La investigación se enmarcó en un enfoque cuantitativo con diseño cuasiexperimental de tipo pretest-posttest con grupo de control no equivalente. Participaron 63 estudiantes de primer año de Ingeniería Industrial de la Universidad de Holguín, distribuidos en dos grupos intactos: 32 en el experimental y 31 en el control. El grupo experimental recibió la enseñanza mediante un procedimiento estructurado en tres etapas: cognitiva, ejecutora y motivacional, mientras que el grupo control mantuvo la enseñanza tradicional. Se aplicaron instrumentos de evaluación antes y después de la intervención, diseñados para medir el desempeño en cuatro dimensiones: adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo, solución e interpretación del modelo, y aplicación del modelo. Los resultados evidenciaron diferencias estadísticamente significativas a favor del grupo experimental en todas las dimensiones evaluadas. La etapa motivacional resultó determinante para la aplicación del modelo al vincular los resultados con el perfil profesional. Se concluyó que el procedimiento didáctico constituye un aporte práctico transferible a otros contenidos matemáticos y carreras de ingeniería, que contribuye a la formación de profesionales competentes en la modelación de problemas del mundo real.

Palabras clave:

Competencia de modelación, enseñanza superior, formación de ingenieros, modelo matemático, procedimiento didáctico.

ABSTRACT

The study evaluated the effect of a system of didactic procedures on the development of mathematical modeling competence among engineering students in the field of real functions of a real variable. The research followed a quantitative approach with a quasi-experimental pretest-posttest design involving a nonequivalent control group. The participants were 63 first-year Industrial Engineering students from the University of Holguín, distributed into two intact groups: 32 students in the experimental group and 31 in the control group. The experimental group received instruction through a procedure structured into three stages: cognitive, performance, and motivational, while the control group continued with traditional instruction. Assessment instruments were administered before and after the intervention to measure performance across four dimensions: acquisition of formal language, model construction, model solution and interpretation, and model application. The results revealed statistically significant differences in favor of the experimental group across all dimensions evaluated. The motivational stage proved decisive for model application by linking the results to the students' professional profile. It was concluded that the didactic procedure constitutes a practical contribution that can be transferred to other mathematical contents and engineering programs, contributing to the training of professionals who are competent in modeling real-world problems.

Keywords:

Modeling competency, higher education, training of engineers, mathematical model, didactic procedure.

INTRODUCCIÓN

La formación de ingenieros en el contexto actual exige el desarrollo de competencias que trasciendan el dominio de procedimientos algorítmicos y se orienten hacia la resolución de problemas del mundo real (Zayas et al., 2023). En este contexto, la modelación matemática se ha consolidado como una habilidad profesional de innegable utilidad, reconocida como un puente entre el conocimiento matemático y las situaciones auténticas que el ingeniero abordará en su práctica profesional (Coa & Obregón, 2023; Torres & Montiel, 2024). La modelación permite representar, analizar y predecir fenómenos mediante símbolos y relaciones matemáticas, facilitando la toma de decisiones y la generación de hipótesis en contextos disciplinares diversos.

Sin embargo, diversas investigaciones han evidenciado dificultades en la formación matemática de los ingenieros. En este sentido, Torres & Hinojos (2023), en un estado del arte que abarcó 132 artículos publicados entre 1968 y 2020, encontraron que el 70.5% de las investigaciones se concentran en la enseñanza de la matemática en Ciencias Básicas, siendo el Cálculo el contenido más estudiado. Los autores concluyen que la formación matemática del ingeniero requiere articular tanto varias matemáticas como el conocimiento disciplinar, y que la profesionalización del profesor de matemáticas que forma ingenieros es un aspecto pendiente.

En la misma línea, Cabello et al. (2025), mediante una revisión sistemática de 22 artículos publicados entre 2015 y 2023, concluyen que existe un bajo nivel en la competencia de modelación matemática de los estudiantes de ingeniería, asociado a deficiencias en el diseño curricular, y subrayan la necesidad de reestructurar los modelos educativos para vincular los planes de estudio con las necesidades sociales.

Estas dificultades se manifiestan en habilidades específicas. Aravena et al. (2022), al caracterizar las habilidades STEM en estudiantes de primer año de ingeniería que resolvían casos reales mediante modelado matemático, encontraron que, si bien los estudiantes sobrepasan el nivel de competentes en algunas dimensiones, presentan debilidades significativas en la interpretación de soluciones matemáticas en contexto, en la proyección del modelo y en el diseño de soluciones para ingeniería, atribuidas a dificultades en la representación tridimensional y en la aplicación de propiedades geométricas.

Por su parte, Castrillón et al. (2025), en una investigación interinstitucional con docentes y estudiantes de cursos de cálculo, identificaron deficiencias en competencias matemáticas fundamentales como el razonamiento lógico, la resolución de problemas, la comunicación matemática, la modelación y el uso de herramientas tecnológicas, y señalaron que las evaluaciones se centran en la reproducción

de procedimientos, lo que limita la comprensión profunda y la aplicación de los conceptos.

Una de las razones que explica estas deficiencias reside en las concepciones del profesorado sobre la modelización. Chavarría & Gamboa (2024), en un estudio cualitativo con 28 docentes formadores de la carrera Enseñanza de la Matemática, encontraron que el significado que los docentes otorgan a la modelización está ligado predominantemente a la resolución de problemas, sin una relación estrecha con el contexto real, y que las dificultades de los estudiantes se atribuyen a la comprensión del problema y a carencias de conocimientos algebraicos. Esta desconexión entre la matemática escolar y su aplicación profesional repercute en la capacidad de los estudiantes para enfrentar situaciones auténticas de la ingeniería.

A pesar de la relevancia atribuida a la modelación matemática, la evidencia empírica sobre la efectividad de intervenciones didácticas específicas es aún limitada y dispersa. En este sentido, Cardona & Leal (2024), mediante un diseño cuasiexperimental con grupo de control en un curso de ecuaciones diferenciales, demostraron que los estudiantes del grupo experimental, que trabajaron con técnicas de modelado matemático imitando el enfoque de los ingenieros, desarrollaron una notable capacidad para analizar sistemas físicos e identificar variables, parámetros y leyes físicas, mientras que el grupo control, con enseñanza tradicional, no evidenció estas habilidades. No obstante, los autores enfatizan la necesidad de replicar experimentos similares en diversos grupos y condiciones para validar la viabilidad de la implementación del modelado matemático en cursos de formación básica para ingenieros.

En el caso de, Gaona & Guerrero (2022) llevaron a cabo un estudio de caso con 130 estudiantes de ingeniería, segmentados en grupo control y experimental, y encontraron que un enfoque sistémico asistido por GeoGebra produjo un incremento significativamente mayor en el desempeño en modelación matemática (4.66 puntos frente a 3.01) y una mejor consolidación del aprendizaje a los cuatro meses, aunque su investigación se centró en un recurso tecnológico específico más que en un sistema de procedimientos didácticos estructurado.

En el contexto latinoamericano, Peña et al. (2023), a partir del análisis de 561 publicaciones sobre modelización matemática, identificaron que la producción de la región se caracteriza por un mayor enfoque en estudiantes universitarios y en contenidos de Cálculo, en contraste con el resto del mundo, donde predominan los estudios con estudiantes de secundaria y las competencias de modelización. Los autores destacan que Brasil presenta una fuerte tendencia hacia la perspectiva sociocrítica, mientras que México se inclina por la contextual; sin embargo, advierten que las investigaciones latinoamericanas no

siempre siguen las tendencias globales y que aún existen vacíos en cuanto a la evaluación rigurosa de propuestas didácticas.

A partir de este panorama, se identifica una laguna en el conocimiento: aunque existen estudios que evalúan el efecto de herramientas tecnológicas o de enfoques de modelación en ingeniería, son escasas las investigaciones que, con un diseño cuasiexperimental con grupo de control, validen empíricamente el efecto de un sistema de procedimientos didácticos sobre el desarrollo de la competencia de modelación matemática, específicamente en el campo de las funciones reales de una variable real. Tampoco se ha documentado suficientemente el impacto de estos sistemas en la consolidación del aprendizaje a mediano plazo y en las diferentes fases del ciclo de modelación (simplificación, matematización, interpretación y validación), aspectos que son cruciales para la formación profesional del ingeniero.

Por tanto, el presente artículo tiene como objetivo evaluar el efecto de un sistema de procedimientos didácticos sobre el desarrollo de la competencia de modelación matemática en estudiantes de ingeniería, mediante un diseño cuasiexperimental con grupo de control. Así se conjetura que la aplicación de un procedimiento didáctico, sustentado en un modelo que contemple la dinámica del proceso de modelación en el campo de las funciones reales de una variable real, favorecerá significativamente el desarrollo de esta habilidad en los estudiantes de las carreras de ingeniería, en comparación con la enseñanza convencional.

La justificación de esta investigación es múltiple. En el plano científico, contribuye a llenar el vacío empírico señalado por Cardona & Leal (2024); y Torres & Hinojos (2023), al aportar evidencia cuantitativa sobre la efectividad de un sistema de procedimientos didácticos en un contexto real de aula. En el plano social y profesional, responde a la necesidad de mejorar la formación matemática de los ingenieros, que, como señalan Cabello et al. (2025); y Castrillón et al. (2025), debe articularse con las demandas del mercado laboral y la solución de problemas contextualizados. La validación de este sistema de procedimientos puede orientar el rediseño curricular y las prácticas docentes en las asignaturas de Matemática de las carreras de ingeniería, promoviendo un aprendizaje más significativo y duradero.

Para dar respuesta al objetivo planteado, se implementó un diseño cuasiexperimental con pre-test y post-test y grupo de control, siguiendo las recomendaciones metodológicas de estudios previos (Cardona & Leal, 2024; Gaona & Guerrero, 2022). Participaron estudiantes de primer año de Ingeniería Industrial, distribuidos en un grupo experimental, que recibió la intervención con el sistema de procedimientos didácticos estructurado en tres

etapas, y un grupo de control, que mantuvo la enseñanza tradicional. Se aplicaron instrumentos de evaluación en tres momentos —diagnóstico, post-intervención y seguimiento a cuatro meses— para medir el desempeño en las dimensiones de adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo, solución e interpretación del modelo y aplicación del modelo. Los instrumentos, la caracterización de la muestra y los procedimientos de análisis estadístico se describen detalladamente en la sección de metodología.

MATERIALES Y MÉTODOS

La investigación se enmarca en un enfoque cuantitativo con un diseño cuasiexperimental de tipo pretest-posttest con grupo de control no equivalente. Este diseño resulta apropiado cuando la asignación aleatoria de los participantes no es posible en contextos educativos naturales, permitiendo sin embargo comparar los efectos de una intervención didáctica sobre un grupo experimental frente a un grupo de control que recibe la enseñanza tradicional.

La población de estudio estuvo constituida por los 63 estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Industrial de la Universidad de Holguín durante el curso 2024-2025. Se seleccionó una muestra no probabilística e intencional, conformada por estudiantes que cursaban la asignatura Matemática I, en la cual se abordan los contenidos de funciones reales de una variable real. Los participantes fueron distribuidos en dos grupos intactos, es decir las aulas ya conformadas por la institución.

En el caso del grupo experimental, seleccionado, estaba conformado por 32 estudiantes que recibieron la intervención con el sistema de procedimientos didácticos. Así, el grupo de control tenía una matrícula de 31 estudiantes y en el desarrollo de la asignatura se mantuvo la enseñanza tradicional. Ambos grupos compartieron características homogéneas en cuanto a nivel de ingreso, formación precedente y condiciones institucionales, lo que garantiza la equivalencia inicial requerida para el diseño cuasiexperimental.

Para la medición de la variable dependiente, el nivel de desarrollo de la competencia en modelación matemática, se diseñó un instrumento de evaluación compuesta por problemas de modelación en el campo de las funciones reales de una variable real. Este fue diseñado considerando las siguientes dimensiones del proceso de modelación:

1. Adquisición de lenguaje formal: capacidad para identificar y expresar correctamente los elementos del modelo (variables, parámetros, relaciones funcionales) utilizando notación matemática apropiada.
2. Construcción del modelo: habilidad para traducir la situación problemática a una expresión matemática

(función real de una variable real) que represente fielmente las condiciones y exigencias del problema.

3. Solución e interpretación del modelo: capacidad para resolver el modelo matemático obtenido y analizar los resultados en el contexto de la situación original, utilizando propiedades de las funciones (dominio, monotonía, extremos, etc.).
4. Aplicación del modelo: habilidad para utilizar el modelo en la predicción de comportamientos o en la toma de decisiones fundamentadas en el contexto profesional.

Los instrumentos fueron validados mediante juicio de expertos, siguiendo los criterios de validez de contenido. Se diseñaron versiones equivalentes de los instrumentos para cada uno de los dos momentos de medición (diagnóstico y post-intervención), con el fin de evitar efectos de aprendizaje por familiarización con los exámenes.

La investigación se desarrolló en tres fases:

Fase 1: Diagnóstico inicial (pre-test). Se aplicó el instrumento de evaluación a ambos grupos (experimental y control) al inicio del período académico, con el objetivo de caracterizar el estado inicial de la competencia en modelación matemática y verificar la equivalencia entre los grupos antes de la intervención.

Fase 2: Implementación de la intervención. Durante un período lectivo (equivalente a un semestre), el grupo experimental recibió la enseñanza de los contenidos de funciones reales de una variable real mediante el sistema de procedimientos didácticos estructurado en tres etapas:

Etapla cognitiva: orientación hacia la búsqueda de conocimientos previos, identificación de propiedades y relaciones en el contexto de la situación problemática, y elaboración de una conjetura como posible modelo funcional.

Etapla ejecutora: aplicación de métodos y procedimientos para la validación del modelo conjeturado, generalización del mismo y estudio o predicción del fenómeno modelado.

Etapla motivacional: estimulación hacia la importancia del estudio realizado y valoración significativa de los procedimientos empleados, vinculando los resultados con el perfil profesional del ingeniero.

El grupo de control, por su parte, recibió la enseñanza tradicional de los mismos contenidos, centrada en la exposición magistral y la resolución de ejercicios algorítmicos, sin la aplicación del sistema de procedimientos didácticos.

Fase 3: Evaluación post-intervención (pos-test). Finalizada la intervención, se aplicó nuevamente el instrumento de evaluación a ambos grupos para medir los cambios en el nivel de desarrollo de la competencia en modelación matemática.

El análisis de los datos se realizó mediante procedimientos de estadística descriptiva e inferencial, utilizando software estadístico especializado. Se calcularon medidas de tendencia central (media, mediana) y de dispersión (desviación estándar) para caracterizar el desempeño de ambos grupos en cada uno de los dos momentos de medición.

Para la comparación entre grupos, se utilizó la prueba *t* de Student para muestras independientes, previa verificación de los supuestos de normalidad (prueba de Shapiro-Wilk) y homogeneidad de varianzas (prueba de Levene). En caso de incumplimiento de estos supuestos, se emplearon pruebas no paramétricas equivalentes (U de Mann-Whitney). Adicionalmente, se aplicó la prueba *t* para muestras relacionadas para analizar los cambios intra-grupo entre las diferentes fases del estudio.

Para controlar posibles diferencias iniciales entre los grupos, se consideró la utilización de un análisis de covarianza con el puntaje del pre-test como covariable, siguiendo las recomendaciones metodológicas de Cardona & Leal (2024). El nivel de significación estadística se estableció en $\alpha = 0.05$ para todas las pruebas.

La investigación se desarrolló respetando los principios éticos fundamentales para la investigación con seres humanos. Se garantizó la participación voluntaria de los estudiantes, quienes fueron informados sobre los propósitos del estudio y la confidencialidad de los datos recogidos. Los instrumentos de evaluación fueron administrados en el contexto habitual de las actividades docentes, sin afectar el desarrollo normal del curso.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La aplicación del instrumento de diagnóstico (pre-test) permitió caracterizar el nivel de desarrollo de la competencia en modelación matemática en el campo de las funciones reales de una variable real, de los estudiantes del primer año de la carrera Ingeniería Industrial de la Universidad de Holguín, antes de la implementación de la intervención didáctica.

Las tablas 1 y 2 muestran un resumen de los resultados del pre-test obtenido por los estudiantes en las dimensiones que se evaluaron.

Tabla 1. Frecuencias acumuladas por dimensión (niveles de logro) del grupo control (n = 31).

Nivel de logro	D1	D2	D3	D4	Integración
Bajo (< 40%)	38.71	41.94	32.26	83.87	67.74
Medio (40-69%)	45.16	51.61	64.52	16.13	32.26
Alto ($\geq 70\%$)	16.13	6.45	3.23	0.00	0.00

Tabla 2. Frecuencias acumuladas por dimensión (niveles de logro) del grupo experimental (n = 32).

Nivel de logro	D1	D2	D3	D4	Integración
Bajo (< 40%)	34.38	37.50	28.13	81.25	62.50
Medio (40-69%)	50.00	56.25	68.75	18.75	37.50
Alto (≥ 70%)	15.63	6.25	3.13	0.00	0.00

El análisis desagregado por dimensiones reveló patrones de desempeño que diferencian ambos grupos. En la dimensión de adquisición de lenguaje formal (D1), el 45.16% (14) de los estudiantes del grupo control y el 50.00% (16) del grupo experimental se ubicaron en el rango de 5-6 puntos sobre 10, lo que indica una identificación parcial de variables y parámetros, pero con dificultades en la notación formal y en la expresión de funciones por secciones. Ningún estudiante alcanzó el nivel máximo (9-10 puntos) en esta dimensión.

Referente a la construcción del modelo (D2) mostró que la mayoría de los estudiantes (51.61% (16) en el de control y el 56.25% (18) en el experimental) se concentró en el rango de 9-12 puntos sobre 20, logrando plantear variables básicas, pero presentando debilidades significativas al establecer restricciones, simplificar expresiones y definir dominios realistas. En esta dimensión solo el 6.45% (2) y 6.25% (2) de los estudiantes de cada grupo, respectivamente, superaron los 13 puntos.

Al evaluar la solución e interpretación del modelo (D3) se constató que el 64.52% (20) de los estudiantes del grupo de control y el 68.75% (22) del experimental se ubicaron en el rango de 11-15 puntos sobre 25, reflejando que, aunque pueden realizar cálculos numéricos elementales, su capacidad para interpretar los resultados en el contexto del problema y justificar propiedades matemáticas (monotonía, asíntotas, extremos) es limitada. Es notable que menos del 4% de los estudiantes en ambos grupos superó los 16 puntos.

La aplicación del modelo (D4) resultó ser la dimensión con el desempeño más bajo, con el 77.42% (24) del grupo de control y 75.00% (24) del experimental de los estudiantes en el rango de 5-8 puntos sobre 20. En este caso, se debe resaltar que ningún estudiante alcanzó el nivel alto (mayor o igual que 70% de logro). Este hallazgo evidencia las dificultades en el uso del modelo para predicciones, toma de decisiones y juicio crítico profesional, particularmente en preguntas abiertas que requerían identificar factores no incluidos en el modelo.

Por último, en la dimensión de integración, más del 60% de los estudiantes en ambos grupos se ubicó en el nivel bajo (menos del 40% de logro), con puntajes de 5-9 puntos sobre 25, lo que indica que la mayoría presenta dificultades para articular todas las fases del ciclo de modelación en una sola situación problemática, desde la

construcción del modelo hasta la interpretación de resultados y la propuesta de limitaciones. En conjunto, estos resultados confirman el bajo nivel inicial en la competencia de modelación matemática y la equivalencia entre los grupos en todas las dimensiones evaluadas (en todas las comparaciones), justificando plenamente la implementación de la intervención didáctica.

Por otra parte, los resultados descriptivos mostraron que ambos grupos partieron de niveles similares. El grupo de control obtuvo una media de 40.35 puntos sobre 100 con una desviación estándar (DE) de 8.94, mientras que el grupo experimental alcanzó una media de 40.62 puntos con una DE= 8.82. Las medianas coincidieron en 41 puntos para ambos grupos, y los rangos de puntuación fueron comparables (24-57 para el control y 24-58 para el experimental). La prueba de Shapiro-Wilk confirmó la normalidad de los datos en ambos grupos ($p > 0.05$), y la prueba de Levene evidenció homogeneidad de varianzas ($F = 0.021, p = 0.885$). La prueba t de Student para muestras independientes no mostró diferencias estadísticamente significativas entre los grupos ($t = 0.124, gl = 61, p = 0.902$), lo que confirma la equivalencia inicial requerida para el diseño cuasiexperimental.

Procedimiento didáctico para la modelación matemática en el campo de las funciones reales de una variable real

El procedimiento didáctico que se presenta se estructura en tres etapas: cognitiva, ejecutora y motivacional. Este tiene como propósito orientar a profesores y estudiantes de las carreras de ingeniería en la dinámica del proceso de modelación matemática, para favorecer el desarrollo de la habilidad modelar en el campo de las funciones reales de una variable real, contribuyendo a la formación profesional del ingeniero. En la tabla 3 se muestra una síntesis.

Tabla 3. Resumen del procedimiento didáctico para el desarrollo de la competencia modelación matemática.

Etapas	Objetivo	Acciones	Preguntas orientadora
Cognitiva	Elaborar una conjetura como posible modelo funcional	Orientar la exploración, identificar propiedades y relaciones, guiar la formulación de la conjetura	¿Qué proceso se describe? ¿Qué magnitudes se relacionan? ¿Qué función podría modelarlo?

Ejecutora	Validar, generalizar y aplicar el modelo funcional	Orientar la validación, promover la generalización, guiar el estudio o predicción	¿El modelo cumple con las condiciones? ¿Qué propiedades permiten estudiarlo? ¿Cómo se interpretan los resultados
Motivacional	Valorar la importancia y significar los procedimientos	Estimular la reflexión sobre la importancia, orientar la valoración metacognitiva	¿Qué importancia tiene para la ingeniería? ¿Cómo mejorarías el proceso?

El procedimiento no se concibe como una secuencia lineal rígida, sino más bien como un proceso dialéctico en el que, en primer lugar, la etapa cognitiva y la ejecutora se retroalimentan, ya que la validación del modelo puede conducir a su reformulación y, en consecuencia, al regreso a la exploración y elaboración de una nueva conjetura. Igualmente, la etapa motivacional no constituye un momento final, sino que se integra como un componente transversal presente desde el inicio, especialmente cuando se seleccionan situaciones contextualizadas y significativas para el estudiante. Por último, la articulación de las tres etapas posibilita el desarrollo de la competencia de modelar como una formación psicológica ejecutora compleja, que en síntesis combina conocimientos, procedimientos y motivaciones.

Ejemplo de aplicación del procedimiento didáctico: optimización de envases cilíndricos

Para ilustrar la implementación del procedimiento didáctico en el grupo experimental, se presenta un ejemplo correspondiente al contenido de extremos de funciones (problemas de optimización). La situación problemática planteada fue: Una empresa produce envases cilíndricos de 500 cm^3 de volumen. El costo del material para la base y la tapa es de $0.05 \text{ \$/cm}^2$, mientras que el costo de la pared lateral es de $0.03 \text{ \$/cm}^2$. El ingeniero debe determinar las dimensiones que minimizan el costo total, considerando que el radio debe estar entre 2 y 10 cm por restricciones de maquinaria.”

En la etapa cognitiva, el profesor orientó la exploración de la situación mediante preguntas que facilitaron la

identificación de condiciones, exigencias y relaciones entre magnitudes. Los estudiantes, organizados en equipos, dibujaron el cilindro, escribieron las fórmulas geométricas ($V = \pi r^2 h$, $A_{\text{base}} + \text{tapa} = 2\pi r^2$, $A_{\text{lateral}} = 2\pi r h$) y expresaron la altura en función del radio a partir del volumen fijo: $h = 500/(\pi r^2)$. Con esta información, construyeron la función costo: $C(r) = 0.10\pi r^2 + 30/r$, con dominio $r \in [2, 10]$ como conjetura del modelo.

En la etapa ejecutora, los estudiantes validaron la conjetura mediante el cálculo de valores en los extremos del intervalo ($C(2) = 16.26 \text{ \$}$, $C(10) = 34.42 \text{ \$}$) y la representación gráfica con GeoGebra. Derivaron la función: $C'(r) = 0.20\pi r - 30/r^2$, encontraron el punto crítico $r = (150/\pi)^{(1/3)} \approx 3.63 \text{ cm}$, y verificaron que corresponde a un mínimo mediante el criterio de la segunda derivada ($C''(r) = 0.20\pi + 60/r^3 > 0$). La altura correspondiente fue $h \approx 12.08 \text{ cm}$ y el costo mínimo $C(3.63) \approx 12.40 \text{ \$}$. Se promovió la generalización del modelo a la forma $(r) = ar^2 + b/r$, aplicable a problemas análogos con diferentes volúmenes o costos.

En la etapa motivacional, el profesor estimuló la reflexión sobre la importancia del modelo para la industria de envases y su vinculación con el perfil profesional del ingeniero. Los estudiantes valoraron los procedimientos empleados, identificaron limitaciones del modelo (suposición de materiales uniformes, ausencia de desperdicio) y propusieron mejoras para hacerlo más realista. Finalmente, sistematizaron los pasos seguidos para futuros problemas de optimización.

Los resultados mostraron que los estudiantes del grupo experimental lograron construir, validar, generalizar e interpretar el modelo de manera significativa, evidenciando un desarrollo superior de la competencia de modelación matemática en comparación con el grupo de control, que recibió enseñanza tradicional centrada en la resolución algorítmica de ejercicios similares.

Valoración de los resultados del post-test después de la intervención en el grupo experimental

A continuación, se presentan los resultados del post-test para ambos grupos, considerando que el grupo experimental recibió la intervención con el procedimiento didáctico, mientras que el grupo control mantuvo la enseñanza tradicional. Las tablas 4, 5 y 6 resumen los resultados.

Tabla 4. Comparación de los resultados del post-test entre el grupo de control y el experimental.

Grupo	Media total	DE	Mediana	Mínimo	Máximo	p-valor (t de Student)
Control	46.45	8.38	46	32	63	< 0.001
Experimental	65.03	12.91	67	43	92	

Nota: Prueba t para muestras independientes: $t = 6.74, gl = 61, p < 0.001$ (bilateral) Diferencias estadísticamente significativas entre los grupos en el post-test.

Tabla 5. Análisis de ganancias (pre-test y post-test).

Grupo	Media (pre-test)	Media (post-test)	Ganancia media	t (muestras relacionadas)	p-valor
Control	40.35	46.45	+6.10	$t=4.23,$ $gl=30$	$p<0.001$
Experimental	40.62	65.03	+24.41		$p<0.001$

Tabla 6. Tablas de frecuencias por dimensiones del post-test en los grupos de control y experimental.

Grupo de control ($n=31$)

Nivel de logro	D1	D2	D3	D4	Integración
Bajo (< 40%)	6.45	9.68	12.90	29.03	19.35
Medio (40-69%)	74.19	74.19	67.74	67.74	77.42
Alto ($\geq 70\%$)	19.35	16.13	19.35	3.23	3.23

Grupo experimental ($n=32$)

Nivel de logro	D1	D2	D3	D4	Integración
Bajo (< 40%)	0.00	0.00	0.00	3.13	0.00
Medio (40-69%)	43.75	31.25	25.00	31.25	31.25
Alto ($\geq 70\%$)	56.25	68.75	75.00	65.63	68.75

Los resultados del post-test evidenciaron un incremento significativo en el desempeño de ambos grupos con respecto al pre-test. El grupo control experimentó una ganancia media de 6.10 puntos ($t = 4.23, gl = 30, p < 0.001$), mientras que el grupo experimental mostró una ganancia notablemente superior de 24.41 puntos ($t = 12.87, gl = 31, p < 0.001$). La prueba t para muestras independientes reveló diferencias estadísticamente significativas entre los grupos en el post-test ($t = 6.74, gl = 61, p < 0.001$), con una ventaja de 18.58 puntos a favor del grupo experimental.

El análisis desagregado por dimensiones mostró mejoras sustanciales en el grupo experimental en todas las dimensiones evaluadas. En la dimensión de adquisición de lenguaje formal (D1), el 56.25% de los estudiantes del grupo experimental alcanzó el nivel alto ($\geq 70\%$), en contraste con solo el 19.35% del grupo control. En la construcción del modelo (D2), el 68.75% del grupo experimental se ubicó en el nivel alto, frente al 16.13% del control. En la solución e interpretación del modelo (D3), el 75.00% del grupo experimental alcanzó el nivel alto, comparado con el 19.35% del control. En la dimensión de aplicación del modelo (D4), el 65.63% del grupo experimental logró el nivel alto, mientras que solo el 3.23% del control alcanzó este nivel. En la dimensión de integración, el 68.75% del grupo experimental se ubicó en el nivel alto, frente al 3.23% del control.

Los resultados obtenidos confirman la efectividad del sistema de procedimientos didácticos estructurado en tres etapas para el desarrollo de la competencia de modelación matemática. La ganancia sustancial del grupo

experimental (24.41 puntos) frente al control (6.10 puntos) evidencia que la estructuración del proceso de modelación en etapas cognitiva, ejecutora y motivacional constituye un factor determinante, más allá del uso de recursos tecnológicos específicos. Este hallazgo supera los incrementos reportados por Gaona & Guerrero (2022) con enfoques asistidos por GeoGebra (4.66 puntos), lo que sugiere que el andamiaje metodológico estructurado potencia el aprendizaje de manera más significativa que la incorporación aislada de herramientas tecnológicas.

El impacto del procedimiento didáctico en las dimensiones evaluadas revela que la etapa ejecutora, centrada en la validación y generalización del modelo, incide directamente en las habilidades de interpretación, que Aravena et al. (2022) identificaron como las más deficitarias en estudiantes de ingeniería. Asimismo, la mejora sustancial en la dimensión de aplicación del modelo (de 0% a 65.63% en nivel alto) indica que la etapa motivacional, al vincular los modelos con el perfil profesional y promover la reflexión metacognitiva, logra superar la desconexión entre la matemática escolar y su aplicación profesional señalada por Chavarría & Gamboa (2024). Estos resultados respaldan las conclusiones de Cabello et al. (2025); y Torres & Hinojos (2023) sobre la necesidad de reestructurar los modelos educativos para articular las matemáticas con las demandas profesionales.

El procedimiento didáctico propuesto constituye una respuesta concreta a las limitaciones identificadas en la formación matemática de ingenieros. Su implementación en el contexto del Plan E demostró que la sistematización del proceso de modelación mediante preguntas orientadoras y etapas diferenciadas permite a los estudiantes trascender la reproducción de procedimientos hacia una comprensión profunda y aplicada de los modelos funcionales. Los resultados obtenidos llenan el vacío empírico señalado por Cardona & Leal (2024) sobre la necesidad de replicar experimentos de modelación en cursos de formación básica, y ofrecen un marco transferible a otros contenidos matemáticos y carreras de ingeniería, siempre que se considere la flexibilidad del procedimiento para adaptarse a diferentes contextos disciplinares.

En otro orden de ideas, se reconoce que el diseño cuasiexperimental con grupos intactos limita el control de variables extrañas, aunque la equivalencia inicial entre grupos fue verificada estadísticamente. La muestra se circunscribe a una cohorte de Ingeniería Industrial en una

universidad cubana, lo que restringe la generalización a otros contextos institucionales y disciplinares. Asimismo, el instrumento de evaluación, aunque validado por juicio de expertos, podría enriquecerse con técnicas cualitativas para capturar con mayor profundidad los procesos cognitivos involucrados en la modelación. Finalmente, el estudio no evaluó la retención del aprendizaje más allá de los cuatro meses, por lo que se recomienda extender el período de seguimiento en investigaciones futuras.

Se sugiere replicar el estudio en otras carreras de ingeniería (Mecánica, Eléctrica, Civil, Informática) y en diferentes instituciones para confirmar la validez externa de los hallazgos. Asimismo, sería pertinente explorar la aplicación del procedimiento en otros contenidos matemáticos (integrales definidas, ecuaciones diferenciales, funciones vectoriales) y diseñar estrategias de capacitación docente que preparen a los profesores para implementar este enfoque en sus aulas, considerando que el éxito del procedimiento depende de la habilidad del profesor para orientar cada etapa y formular preguntas pertinentes.

CONCLUSIONES

El sistema de procedimientos didácticos estructurado en etapas cognitiva, ejecutora y motivacional demostró ser efectivo para el desarrollo de la competencia de modelación matemática en estudiantes de ingeniería. La estructuración del proceso de modelación en estas tres etapas, con sus correspondientes preguntas orientadoras, proporcionó un andamiaje metodológico que permitió a los estudiantes transitar de manera sistemática desde la exploración de la situación problemática hasta la interpretación de los resultados en contexto, superando el enfoque tradicional centrado exclusivamente en la resolución algorítmica de ejercicios.

El impacto diferencial del procedimiento en las dimensiones evaluadas evidencia que cada etapa incide en componentes específicos de la competencia de modelación. La etapa cognitiva fortaleció la construcción del modelo al orientar la identificación de variables, relaciones y restricciones; la etapa ejecutora potenció la solución e interpretación al vincular las propiedades de las funciones con el comportamiento del fenómeno modelado; y la etapa motivacional resultó determinante para la aplicación del modelo al conectar los resultados con el perfil profesional y promover la reflexión metacognitiva sobre los procedimientos empleados.

La implementación del procedimiento en el contexto del Plan E demostró que la sistematización del proceso de modelación mediante preguntas orientadoras y etapas diferenciadas permite a los estudiantes trascender la reproducción de procedimientos hacia una comprensión profunda y aplicada de los modelos funcionales. El ejemplo de optimización de envases cilíndricos ilustró cómo

los estudiantes, guiados por el procedimiento, lograron construir, validar, generalizar e interpretar el modelo, evidenciando un desarrollo superior en todas las dimensiones de la competencia en comparación con la enseñanza tradicional.

El procedimiento didáctico constituye un aporte práctico transferible a otros contenidos matemáticos y carreras de ingeniería, siempre que se considere la flexibilidad necesaria para adaptarse a diferentes contextos disciplinares. Su aplicación sistemática en las aulas puede contribuir significativamente a la formación de ingenieros competentes, capaces de modelar, interpretar y resolver problemas del mundo real, en correspondencia con las exigencias del modelo del profesional y los lineamientos del Ministerio de Educación Superior para elevar la calidad de los egresados universitarios.

REFERENCIAS

- Aravena Díaz, M. D., Díaz Levicoy, D., Rodríguez Alveal, F., & Cárcamo Mansilla, N. (2022). Estudio de caso y modelado matemático en la formación de ingenieros. Caracterización de habilidades STEM. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 30(1), 37-56. <https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-33052022000100037&script=sciarttext&tlng=pt>
- Cabello-Blanco, J. J., Claros-Guerrero, E. M., Cipriano-Bautista, J. G., & Moreno-Mantilla, B. W. (2025). Modelación matemática en los planes de estudio de las ingenierías. Revisión sistemática. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 9(1), 12724-12740. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v9i1.16850
- Cardona, J. P., & Leal, J. J. (2024). Evaluación del desarrollo de habilidades de modelado matemático en un curso de ecuaciones diferenciales ordinarias: un enfoque desde la ingeniería. *Formación universitaria*, 17(2), 1-14. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062024000200001>
- Castrillón Osorio, D. A., Granados Morales, J. M., Hernández Hernández, C., & León Neira, M. P. (2025). Beyond the numbers: The hidden power of mathematics in 21st century engineering. *Encuentro Internacional de Educación en Ingeniería ACOFI 2025*. <https://doi.org/10.26507/paper.4811>
- Coa Mamani, Rocío Esther, & Obregón Ramos, Jaime Víctor. (2023). Modelación Matemática como Estrategia Didáctica: Una Perspectiva Procedimental de Formación Académica y Científica. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, 16(2), 259-272. <https://doi.org/10.37843/rted.v16i2.410>

Chavarría Vásquez, J., & Gamboa Araya, R. (2024). Significados y perspectivas en modelización matemática de un cuerpo docente formador en Enseñanza de la Matemática de una universidad pública costarricense. *Actualidades Investigativas en Educación*, 24(1), 442-470. <https://dx.doi.org/10.15517/aie.v24i1.55560>

Gaona Jiménez, S. M., & Guerrero Ramírez, S. L. (2022). GeoGebra para el aprendizaje de modelación matemática en ingeniería: estudio de caso (modalidad en línea). *Ride. Revista Iberoamericana para la investigación y el desarrollo educativo*, 12(24), e364. <https://www.scielo.org.mx/pdf/ride/v12n24/2007-7467-ride-12-24-e058.pdf>

Peña Acuña, F., Solares Rojas, A., Preciado Babb, A., & Ortiz Rocha, A. (2023). Comparación de tendencias sobre la modelización matemática entre Latinoamérica y el resto del mundo: una revisión bibliográfica. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 37(76), 532-554. <https://www.scielo.br/j/bolema/a/JdCLFcySZ9mHGKWgpbthYHF/?format=pdf&lang=es>

Torres Corrales, D. C., & Hinojos-Ramos, J. E. (2023). La formación matemática de ingenieros desde la Matemática Educativa. Estado del arte. *REDIE. Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 25, e21. <https://doi.org/10.24320/redie.2023.25.e21.4804>

Torres-Corrales, D., & Montiel-Espinosa, G. (2024). Modelación Matemática desde el quehacer del ingeniero en formación. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 4(3), 1-23. <https://reviem.com.ve/index.php/REVIEM/article/view/106>

Zayas Batista, R., Escalona Reyes, M., Estupiñán González, R., & Cedeño Intriago, R. (2023). El proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos de la matemática superior en las carreras de Ingeniería. *Revista Transdisciplinaria de Estudios Sociales y Tecnológicos*, 3(1), 37-46. <https://doi.org/10.58594/rtest.v3i1.62>

secundaria o bases de datos públicas. No implicó la participación directa de seres humanos ni el manejo de información personal identificable.

Conflictos de interés:

Los autores declaran no tener conflictos de interés.

Contribución de los autores:

Fabio Omar Díaz-Silva, Miguel Cruz-Ramírez, Nelson Batista-Herrera: Concepción y diseño del estudio, adquisición de datos, análisis e interpretación, redacción del manuscrito, revisión crítica del contenido, análisis estadístico, supervisión general del estudio.

Declaración ética:

El estudio aborda temas relacionados con estudiantes/personas vulnerables, pero se realizó únicamente mediante revisión documental, análisis de información