

07

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA

DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN REAL EN UN PUNTO EMPLEANDO WOLFRAM MATHEMATICA

GEOMETRIC INTERPRETATION OF THE DERIVATIVE OF A REAL FUNCTION AT A POINT USING WOLFRAM MATHEMATICA

Nolbert González-Hernández¹

E-mail: nolbertreblon@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9579-1073>

Hilário Madureira Sacalei-Freitas²

E-mail: hfreitas82@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-2539-0573>

Wilber Garcés-Cecilio¹

E-mail: wilbergc@uho.edu.cu

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2883-9882>

¹ Universidad de Holguín. Cuba.

² Instituto Superior de Ciencias de la Educación de Huambo. Angola.

Cita sugerida (APA, séptima edición)

González-Hernández, N., Sacalei-Freitas, H. M., & Garcés-Cecilio, W. (2026). Interpretación geométrica de la derivada de una función real en un punto empleando Wolfram Mathematica. *Revista Transdisciplinaria de Estudios Sociales y Tecnológicos*, 6(1), 57-66.

Presentación: 21/09/2025

Aceptación: 26/11/2025

Publicación: 01/01/2026



RESUMEN

El objetivo de esta investigación es examinar cómo el software Mathematica puede ser utilizado para visualizar y explorar la interpretación geométrica de la derivada de una función real de una variable real en un punto. El estudio se desarrolló en el marco de la asignatura Análisis Matemático III de la carrera de Licenciatura en Educación Matemática de la Universidad de Holguín, donde se emplearon representaciones interactivas para la enseñanza de contenidos clave. Para la recopilación y análisis de datos se adoptó un enfoque mixto, lo que permitió valorar la efectividad de la propuesta. Los resultados evidencian que el uso de representaciones interactivas mediante Mathematica fue ampliamente aceptado por los estudiantes y favoreció la comprensión de los conceptos abordados. En conclusión, se constató que la incorporación de este software constituye una alternativa didáctica pertinente para potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura Análisis Matemático.

Palabras clave:

Wolfram Mathematic, interpretación geométrica, representación interactiva.

ABSTRACT

The objective of this research is to examine how the Mathematica software can be used to visualize and explore the geometric interpretation of the derivative of a real function of a real variable at a point. The study was conducted within the framework of the course Mathematical Analysis III of the Bachelor's Degree in Mathematics Education at the University of Holguín, where interactive representations were used for teaching key content. A mixed-methods approach was adopted for data collection and analysis, which allowed for evaluating the effectiveness of the proposal. The results show that the use of interactive representations through Mathematica was widely accepted by the students and facilitated the understanding of the concepts addressed. In conclusion, it was found that the incorporation of this software constitutes a pertinent didactic alternative to enhance the teaching-learning process in the course Mathematical Analysis.

Keywords:

Wolfram Mathematic, geometric interpretation, interactive representation.

INTRODUCCIÓN

La interpretación geométrica de la derivada de una función real de una variable real en un punto es un tema que ha sido ampliamente estudiado en la literatura relacionada con la educación matemática. Numerosos estudios han mostrado que comprender que la derivada es numéricamente a la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en dicho punto, proporciona un conceptual significativo para el alumno, promueve un aprendizaje profundo y reduce la mecanización en el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial (Carrillo et al., 2022; Pereyra & Herrera, 2020; Pineda et al., 2020; Zayas et al., 2025).

Existen investigaciones que señalan que los alumnos expuestos explícitamente a la visualización y manipulación gráfica logran transferir el concepto de la derivada a situaciones de planteo y resolución de problemas y, además, muestran mayor capacidad para interpretar fenómenos de cambio donde se aplica este concepto en específico (Contreras, 2000; Muñoz et al., 2025). También, otros investigadores señalan que ignorar las representaciones geométricas conlleva a un aprendizaje superficial y limita la comprensión a reglas mecánicas sin relación con el significado del concepto (Sánchez Santiesteban et al., 2022). Esto coincide con postulados teóricos sobre la importancia de articular diversas representaciones y promover la transición entre registros de representaciones semióticos como condición imprescindible para la comprensión de los conceptos matemáticos (Argüello, 2021; Del Refugio 2022; González et al., 2023).

En los últimos años, han surgido nuevas herramientas y enfoques que permiten visualizar y comprender, a partir de su interpretación geométrica, el sentido y significado de este concepto fundamental del cálculo. En particular, el uso del software Wolfram Mathematica ha permitido a los investigadores explorar la interpretación geométrica de la derivada (Bataineh et al., 2019; Dilling, 2022) facilitando su interpretación y comportamiento a través de representaciones gráficas dinámicas y tridimensionales. Por lo que, comprender la interpretación geométrica de la derivada es crucial para el aprendizaje del cálculo, ya que facilita una visualización concreta del concepto abstracto que implica la derivada como tasa de cambio instantánea y la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto. Esta interpretación geométrica permite conectar el significado algebraico y funcional de la derivada con su representación gráfica, un aspecto fundamental para el estudiante, especialmente cuando se aplican conceptos matemáticos en disciplinas como la física, la ingeniería y las ciencias económicas, donde la comprensión del cambio y la variación es esencial (Ayala & Luna, 2024; Guillén et al., 2024).

En esta dirección, González et al. (2018) analizan los errores que cometen los alumnos al estudiar el concepto de derivada de una función real de una variable real. Los resultados de este investigador, permiten identificar las principales fuentes de fallo que cometen los estudiantes durante el desarrollo del proceso de formación del concepto de derivada de una función real de una variable real y también revela la relación que existe entre estas fuentes de fallo y el aprendizaje deficiente de conceptos que sirven de base para la formación de este nuevo concepto. La interpretación de la representación gráfica de las funciones ha sido investigado por Blanco et al. (2021).

Este estudio aborda los errores generales que se cometen en la interpretación de los gráficos generados por asistentes matemáticos. Además, plantea la necesidad de que los estudiantes puedan manipular representaciones interactivas según las características de los datos con los que trabajan. En esta dirección, el objetivo de esta investigación es examinar cómo el software Mathematica puede ser utilizado para visualizar y explorar la interpretación geométrica de la derivada de una función real de una variable real en un punto. En este sentido, se revisa la literatura reciente sobre este tema y se presenta ejemplos concretos donde se emplea el software Wolfram Mathematica para mejorar la comprensión de este concepto.

La interpretación geométrica de la derivada de una función real de una variable real en un punto se concibe como la representación gráfico-numérica que expresa la igualdad entre el valor numérico de la derivada de la función en un punto y la pendiente de la recta tangente a la curva de la función en ese punto. Por tanto, también con la tangente del ángulo que forma dicha recta tangente con el semieje positivo de las abscisas (Abreu, et al., 2020; Sánchez Santiesteban et al., 2022). Esta interpretación permite visualizar y comprender mejor el concepto de derivada y su relación con la tasa de cambio instantánea de una función. Sin embargo, existe una diversidad de estudiantes que presentan dificultades para comprender esta interpretación geométrica de la derivada (Gallo et al., 2019; Valenzuela & Vigo, 2019). Estas dificultades pueden ser la causa de una variedad de factores, como una comprensión incompleta de conceptos previos, dificultades para relacionar conceptos matemáticos abstractos con representaciones geométricas y falta de experiencia en el uso de herramientas para visualizar e interpretar conceptos matemáticos, entre otros (González Hernández et al., 2025).

La importancia de proporcionar herramientas efectivas para la visualización geométrica de la derivada constituye un aspecto fundamental en Educación Matemática. Existen investigaciones que han demostrado que los estudiantes enfrentan dificultades significativas al intentar comprender la relación entre las representaciones algebraicas y geométricas del cálculo diferencial (Herrera et

al., 2024; Laderas et al., 2023). Estas deficiencias pueden encontrarse mediante el uso de tecnología educativa, donde el software Mathematica emerge como una herramienta particularmente valiosa debido a sus capacidades avanzadas de visualización y análisis matemático (Burgos et al., 2019; Jeltsch, 2022).

El papel del profesor en este contexto es fundamental, ya que deben diseñar experiencias de aprendizaje que aprovechen eficazmente estas herramientas tecnológicas. La literatura sugiere que la efectividad de cualquier recurso tecnológico depende directamente de cómo se integra en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Milenković et al., 2020). En este sentido, la selección y aplicación de software como Mathematica requiere una planificación cuidadosa que considere tanto los objetivos pedagógicos específicos como las necesidades individuales de los estudiantes. La capacidad del software para generar representaciones visuales dinámicas y precisas constituye un elemento esencial en la construcción del conocimiento matemático (Hidayati et al., 2023). Esta característica es especialmente valiosa en el contexto del cálculo diferencial, donde la interpretación geométrica de la derivada como la pendiente de la recta tangente requiere una comprensión profunda de las relaciones entre diferentes representaciones matemáticas.

La efectividad de Mathematica se fundamenta en su arquitectura diseñada específicamente para el aprendizaje matemático avanzado. El software ofrece una combinación de representaciones simbólicas y numéricas junto con herramientas que permiten representar conceptos complejos de manera accesible y comprensible (Burgos et al., 2019; Hidayati et al., 2023; Milenković et al., 2020). Esta funcionalidad permite a los profesores crear entornos de aprendizaje enriquecedores donde los estudiantes puedan experimentar activamente con conceptos matemáticos abstractos, desarrollando así una comprensión más profunda y duradera de los mismos (Gibert & Gorina, 2023; Sánchez Ruiz & Moraño 2023).

La implementación exitosa de este software en el aula requiere considerar varios aspectos pedagógicos fundamentales. Los docentes deben asegurar que el uso de la tecnología esté alineado con los objetivos de aprendizaje establecidos y que se integre de manera coherente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Además, es esencial proporcionar apoyo durante el proceso permitiendo que los estudiantes desarrollen gradualmente autonomía en el manejo del software mientras profundizan su comprensión de los conceptos matemáticos (Machado, 2018; McCaslin & Kesireddy, 2015; Mureşan, 2017; Palencia & García, 2020). En esta dirección, empleando representaciones interactivas con este software, los estudiantes pueden explorar cómo cambia la pendiente de la recta tangente, cuando se mueven los puntos a lo largo de la representación gráfica de una función. Así se obtiene, una

alternativa que ayuda a comprender mejor el concepto de derivada. En este ejemplo específico, se puede utilizar el comando *Manipulate* para crear visualizaciones interactivas que permiten explorar cómo cambia la derivada de una función cuando se varían diferentes parámetros

Las tareas docentes que se desarrollan en este proceso de enseñanza-aprendizaje pueden estar relacionadas con otras ciencias. Un ejemplo puede ser elaborar ejercicios relacionados con la Física donde se utilicen derivadas y se demuestre que la velocidad es la primera derivada del desplazamiento con respecto al tiempo, y la aceleración es la primera derivada de la velocidad con respecto al tiempo (Herrera et al., 2019; Paragua et al., 2021). Asimismo, Sánchez Matamoros et al. (2008) investigan el desempeño de los sistemas de representaciones y las características de los esquemas utilizados para analizar el concepto de derivada. Estos últimos autores afirman que “aún existen aspectos en los que se deben centrar las investigaciones, tomando en cuenta la complejidad que representa la derivada, lo cual ha hecho que el estudio sobre su comprensión haya sido abordado desde distintas perspectivas” (Sánchez Matamoros et al., 2008, p. 292).

Asimismo, Ignatev et al. (2021) analizan la experiencia en el uso de un conjunto de algoritmos computacionales de Mathematica en la práctica docente. Estos autores ilustran en forma de gráficos interactivos la visualización de la solución de y además, se presentan ejemplos de varios proyectos WOLFRAM existentes en forma de gráficos interactivos utilizados en la docencia. En este estudio, se relacionan las cuestiones aplicadas y la capacidad de traducir un problema profesional al lenguaje matemático, lo que brinda al estudiante la oportunidad de asimilar las competencias necesarias. Como conclusión, estos autores afirman que la capacidad de trabajar con memoria de trabajo no puede reemplazar los conocimientos fundamentales que los estudiantes adquieren en el curso tradicional, sino que solo complementan los cursos mediante la familiarización con la memoria de trabajo.

MATERIALES Y MÉTODOS

En el marco del desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrolla en la carrera Licenciatura en Educación Matemática de la Universidad de Holguín, específicamente en la asignatura Análisis Matemático III. Se aplica una estrategia que combina la teoría con aplicaciones prácticas. Este enfoque pedagógico se implementa utilizando un laboratorio especializado de informática, donde se ha instalado el software *Mathematica* 10.4 en las computadoras de trabajo designadas para los estudiantes. El uso de este laboratorio tecnológico representa una influencia positiva en la formación profesional de los futuros profesores de matemática ya que permite la creación de espacios de aprendizaje donde los estudiantes pueden

explorar y comprender conceptos matemáticos de manera práctica e interactiva.

El proceso de enseñanza-aprendizaje se estructura mediante una estrategia que integra la teoría y la práctica, donde las sesiones en el laboratorio complementan y enriquecen las clases teóricas tradicionales. Los estudiantes tienen acceso a estaciones de trabajo equipadas con *Mathematica* 10.4, lo que les permite realizar exploraciones interactivas de conceptos matemáticos avanzados, desarrollando así una comprensión más profunda de los contenidos que se imparten en el Análisis Matemático III. El estudio abarca un período de tiempo de dos años, desde el 2020 hasta el 2022. La selección de este período para desarrollar la investigación se debe principalmente a la necesidad de evaluar la propuesta en una muestra variada de estudiantes. En sentido, se planifican acciones dirigidas a familiarizar los estudiantes con el software en el desarrollo del proceso de enseñanza de asignaturas precedentes como Análisis Matemático I y II.

Se le dio continuidad al empleo del software mediante la resolución de tareas de mayor nivel de complejidad en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Análisis Matemático III. Es decisión de los investigadores evaluar esta etapa en específico, debido a que los estudiantes han empleado el software en asignaturas precedentes. En la investigación se utilizó un enfoque mixto que combinó técnicas cualitativas y cuantitativas para recopilar y analizar datos (Ary et al., 2009). En esta

dirección, se llevaron a cabo observaciones para recopilar información cualitativa sobre las experiencias y percepciones de los estudiantes al utilizar el software *Mathematica* en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Para conocer la opinión de los estudiantes respecto al empleo de representaciones interactivas empleando este software, se aplicó una encuesta con escala Likert para recopilar datos cuantitativos al respecto. La información fue procesada empleando el entorno y lenguaje de programación con un enfoque al análisis estadístico *R*.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El uso de representaciones interactivas en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática resulta favorable (Farabello & Trigueros, 2023; González et al., 2023). En particular, emplear representaciones interactivas donde se grafiquen funciones y sus derivadas en cada punto de estas funciones permita a los estudiantes comprender conceptos abstractos relacionados con este contenido y además, permite analizar las propiedades de la función (f) y su derivada (f') en diferentes puntos del dominio de la función original (f). En este sentido, para desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje de este contenido se crea una representación dinámica de la función en el intervalo utilizando el software *Wolfram Mathematica* (Anexo 1). Esta representación muestra la gráfica de la función, su recta tangente en el punto seleccionado y el ángulo formado por la recta tangente en el punto en la dirección del semieje positivo de las abscisas (Figura 1). La representación permite ajustar el punto mediante un deslizador.

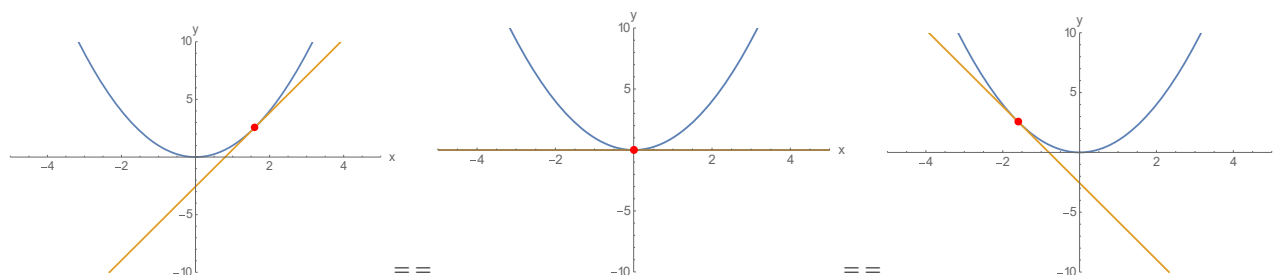


Figura 1. Ejemplo de una representación interactiva creada en Wolfram Mathematica.

En el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje se orientan a los estudiantes realizando preguntas para ayudarles a comprender las propiedades y las relaciones entre la función cuadrática y la interpretación de su derivada en cada punto. Un ejemplo de pregunta es: ¿Qué sucede con la derivada cuando cambian el valor de x en la función? En esta dirección, el profesor debe enfatizar en preguntas que permitan revelar que la derivada de la función en el punto x es numéricamente igual a la pendiente de la recta tangente a la función en ese punto y numéricamente igual a la tangente del ángulo que forma la

recta tangente en ese punto, en la dirección del semieje positivo de las abscisas.

Entre las observaciones realizadas se destacan que los estudiantes demuestran una comprensión sólida de la interpretación geométrica de la derivada utilizando el software y mostraron habilidades para explorar y experimentar con diferentes funciones matemáticas. Además, realizando cambios en los parámetros de la función *Manipulate* que se empleó en la clase, pueden interpretar y resolver otras tareas docentes similares como la que se

muestra a continuación: Calcule los valores de y en la función , si se sabe que la recta tangente al gráfico de en el punto tiene por ecuación .

Con el objetivo de evaluar las actitudes y conocer el grado de conformidad de los estudiantes respecto a la aplicación del procedimiento didáctico, se aplica una escala Linkert (Figura 2). Esta herramienta permite obtener información precisa relacionada con sus experiencias, por lo que se evalúa su reacción, su opinión y su percepción (Fabila et al., 2013). En el procesamiento de la información obtenida en esta encuesta, se le asignan valores del 1 al 5 a cada respuesta de la escala Likert, donde la primera opción tiene un valor de 1, la segunda un valor de 2, la tercera un valor de 3, la cuarta un valor de 4 y la quinta un valor de 5.

En la pregunta uno los resultados fueron: Muy efectivo: 34.3%, Algo efectivo: 42.9%, Ni efectivo ni inefectivo: 11.4%, Algo inefectivo: 5.7%, Muy inefectivo: 5.7%. La Media fue 1.94, la moda “Algo efectivo” y la mediana “Algo efectivo”. En la pregunta dos los resultados fueron Muy fácil: 28.6%, Algo fácil: 37.1%, Ni fácil ni difícil: 17.1%, Algo difícil: 11.4%, Muy difícil: 5.7%. La media fue 2.06, la moda “Algo fácil”, la mediana: Algo fácil.

En la pregunta tres los resultados fueron Totalmente de acuerdo: 40%, De acuerdo: 34.3%, Neutral: 14.3%, En desacuerdo: 5.7%, Totalmente en desacuerdo: 5.7%. La media fue 1.94, la moda “Totalmente de acuerdo” y la mediana “De acuerdo”. En la pregunta cuatro los resultados fueron Totalmente de acuerdo: 45.7%, De acuerdo: 34.3%, Ni de acuerdo ni en desacuerdo: 11.4%, En desacuerdo: 5.7%, Totalmente en desacuerdo: 2.9%. La media fue 1.77, la moda “Totalmente de acuerdo” y la mediana “De acuerdo”. En la pregunta cinco los resultados fueron Definitivamente: 51.4%, Probablemente: 28.6%, No estoy seguro/a: 11.4%, Probablemente no: 2.9%, Definitivamente no: 5.7%. La media fue de 1.77, la moda “Definitivamente” y la mediana: “Definitivamente”.

De acuerdo con estos resultados, se puede inferir que la mayoría de los estudiantes encontraron que el empleo de representaciones semióticas fue efectivo y fácil de comprender. Además, la mayoría de los estudiantes se sintieron motivados al emplear el software *Mathematica* en el proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrolló. El empleo de representaciones se integró al contenido impartido, utilizando este software en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en general.

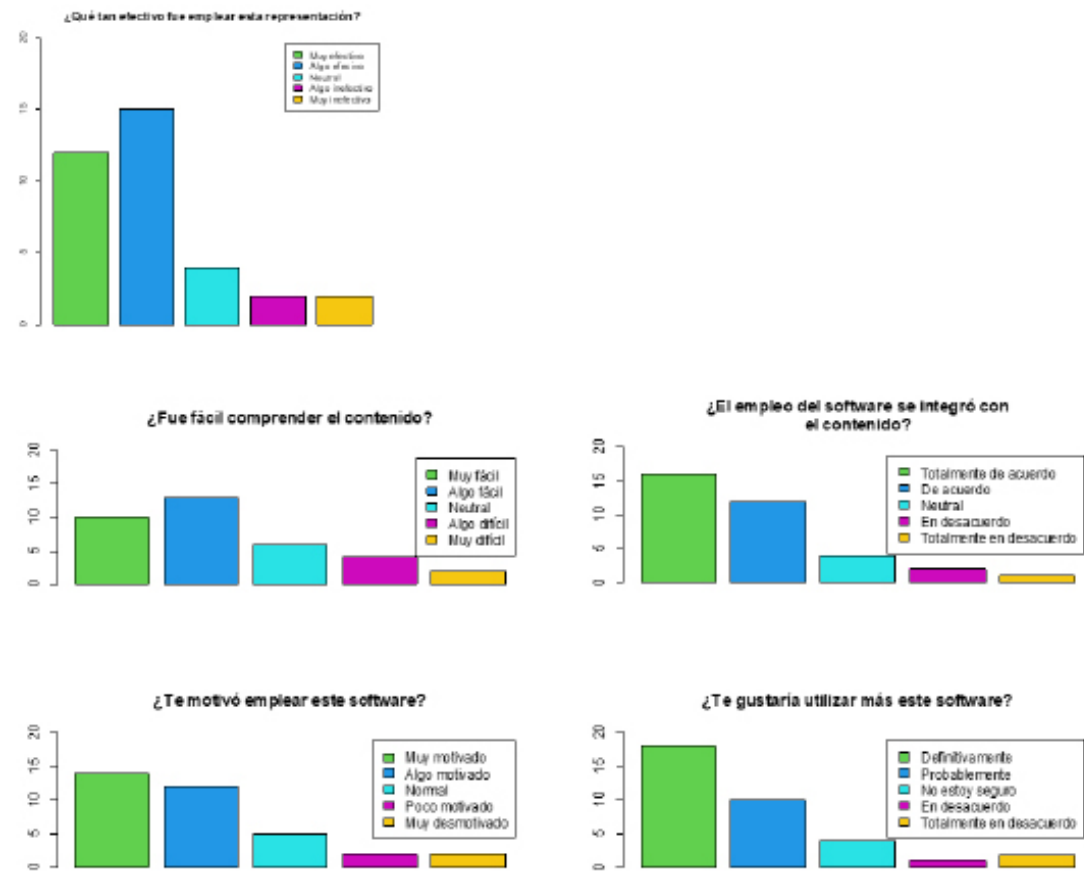


Figura 2. Resultados obtenidos en la encuesta.

Las medidas de tendencia central (media, moda y mediana) para cada pregunta también respaldan esta interpretación. Por ejemplo, la media para cada pregunta está cerca del valor correspondiente a la opción “Muy efectivo”, “Muy fácil”, “Totalmente de acuerdo”, “Muy motivado” y “Definitivamente”, lo que indica que en promedio, los estudiantes tuvieron una opinión positiva sobre el empleo de representaciones interactivas en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. La moda y la mediana para cada pregunta también corresponden a opciones positivas. En resumen, el resultado de este instrumento sugiere que el empleo de representaciones interactivas fue agradable para la mayoría de los estudiantes y justifica que es una herramienta útil para mejorar este proceso de enseñanza-aprendizaje.

CONCLUSIONES

La investigación realizada sobre el empleo del software *Mathematica* en el contexto de la Licenciatura en Educación Matemática de la Universidad de Holguín ha revelado resultados significativos que contribuyen a la comprensión del papel de la tecnología en la enseñanza de la matemática superior. El estudio demuestra empíricamente la efectividad del software en la representación gráfica y en la exploración geométrica de la derivada, estableciendo una conexión tangible entre los aspectos teóricos y prácticos del cálculo diferencial.

Los resultados cuantitativos obtenidos a través de las medidas estadísticas respaldan la validez del enfoque metodológico implementado, lo que evidencia un impacto positivo en el proceso de enseñanza-aprendizaje. La aceptación mayoritaria por parte de los estudiantes sugiere que este tipo de recursos tecnológicos puede ser una herramienta valiosa en la formación de futuros profesores de matemática, potenciando su capacidad para comprender y transmitir conceptos matemáticos complejos.

Los resultados alcanzados tienen implicaciones significativas para la práctica docente en instituciones de educación superior, particularmente en programas de formación de profesores de matemáticas. La efectividad demostrada del software *Mathematica* como herramienta didáctica sugiere su potencial para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje en el ámbito del cálculo diferencial, contribuyendo así al desarrollo de competencias matemáticas sólidas y significativas en los estudiantes.

La implementación de representaciones interactivas en el proceso de enseñanza-aprendizaje ha demostrado ser una estrategia efectiva en la enseñanza de la matemática superior. El uso de estas herramientas tecnológicas ha permitido a los estudiantes establecer conexiones significativas entre el concepto abstracto de la derivada y su interpretación geométrica. El potencial didáctico del software *Mathematica* se evidenció particularmente en

su capacidad para proporcionar representaciones dinámicas que permitieron a los estudiantes explorar activamente las relaciones entre diferentes funciones y sus propiedades. La posibilidad de modificar parámetros y observar inmediatamente los cambios resultantes contribuyó significativamente al desarrollo de un pensamiento matemático más crítico.

La efectividad de esta estrategia tiene implicaciones significativas para la práctica educativa en programas de formación de profesores de matemáticas. Los logros alcanzados por los estudiantes en términos de comprensión conceptual y desarrollo de habilidades matemáticas sugieren que la integración estratégica de tecnología educativa puede potenciar significativamente los procesos de enseñanza-aprendizaje en el ámbito del cálculo diferencial, contribuyendo así al desarrollo de futuros docentes mejor preparados para enfrentar los desafíos de la enseñanza de las matemáticas en el siglo XXI.

REFERENCIAS

- Abreu, R., Crisólogo, D., Sánchez, J. L., & Sigarreta, J. (2020). El concepto de pendiente: Estado de la investigación y prospectivas. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 103, 81–98. <https://funes.unian-des.edu.co/funes-documentos/el-concepto-de-pendiente-estado-de-la-investigacion-y-prospectivas/>
- Argüello, M. (2021). Secuencia didáctica del concepto de derivada de una función utilizando software dinámico en el marco de la teoría APOE [Tesis de posgrado, Universidad Nacional de Catamarca].
- Ary, D., Jacobs, L., Razavieh, A., & Sorensen, C. (2009). *Introduction to Research in Education (8th Edition)*. Cengage Learning.
- Ayala, M., & Luna, R. (2024). Interpretación geométrica de la integral doble en el espacio utilizando GeoGebra. (2024). *Revista Iberoamericana De Tecnología En Educación Y Educación En Tecnología*, 39, e13. <https://doi.org/10.24215/18509959.39.e13>
- Bataineh, H., Ali, Z., & Khataybeh, A. (2019). Utilizing Mathematica Software to Improve Students' Problem Solving Skills of Derivative and its Applications. *International Journal of Education and Research*, 7(11), 57-70. <https://ijern.com/journal/2019/November-2019/05.pdf>
- Blanco Sánchez, R., Báez Ureña, N. L., & García Rosario, R. (2021). Dificultades de los estudiantes en la interpretación de los gráficos que devuelven los asistentes matemáticos. *Transformación*, 17(2), 417-437. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-29552021000200417&lng=es&tling=es

- Burgos, G., Jiménez, J., & Ascate, Y. (2019). Cálculo del aparato de Frenet Serret de curvas dadas por la intersección de dos Superficies Implícitas en R3 utilizando el software Wolfram Mathematica v.11.2. *Selecciones matemáticas*, 6(2), 338-347. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7405854.pdf>
- Carrillo Lara, F. I., Carrillo Lara, F. I., & Julian Trujillo, E. C. (2022). Espacio de trabajo matemático idóneo de un profesor universitario con respecto a la derivada de una función real. *Quintaesencia*, 12(1), 14-18. <https://doi.org/10.54943/rq.v12i1.24>
- Contreras Garduño, L. (2000). Interpretación geométrica de las derivadas sucesivas de una función: un estudio realizado con estudiantes de bachillerato [Tesis de maestría, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo].
- Del Refugio de Lira Lozano, E. (2022). Máximos y mínimos, una secuencia didáctica utilizando GeoGebra y Representaciones Semióticas [Tesis de pregrado, Universidad Autónoma de Zacatecas].
- Dilling, F. (2022). 3D-printing in calculus education: Concrete ideas for the hands-on learning of derivatives and integrals. En F. Dilling, F. Pielsticker, & I. Witzke (Eds.), *Learning mathematics in the context of 3D printing* (pp. 291–308). Springer.
- Fabila, A., Minami, H., & Izquierdo, M. (2013). La Escala de Likert en la evaluación docente: acercamiento a sus características y principios metodológicos. *Perspectiva docente. Textos y contextos*, 50, 31-40. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/9492846.pdf>
- Farabello, S.P., & Trigueros, M. (2023). Niveles de comprensión del concepto de función en estudiantes universitarios. *Unión-Revista iberoamericana de educación matemática*, 19(67), 1-22. <http://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/981>
- Gallo, H., Verón, C., & Herrera C. (2019). Interpretación de transformaciones lineales en el plano utilizando GeoGebra. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, 24, 32-37. http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-99592019000200005
- Gibert, R., & Gorina, A. (2023). Digital Learning Ecosystems: An Alternative for Learning Differential and integral Calculus. *Revista Universidad y Sociedad*, 15(4), 30-44. http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S2218-36202023000400030&script=sci_arttext&tlng=en
- González, A., Muñoz, L., & Rodríguez, L. (2018). Un estudio exploratorio sobre los errores y las dificultades del alumnado de Bachillerato respecto al concepto de derivada. *Enseñanza de las Ciencias*, 47(4), 449-462. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6725495.pdf>
- González, N., Rojas, O., & Cruz, M. (2023). Un procedimiento didáctico para potenciar el planteo y resolución de problemas en la formación inicial de profesores de Matemática. *LUZ*, 22(3), 174-187. <https://luz.uho.edu.cu/index.php/luz/article/view/1310>
- González-Hernández, N., Rojas-Velázquez, O. J., & Cruz-Ramírez, M. (2025). Fundamentos didácticos de la visualización como método para plantear y resolver problemas matemáticos. *Revista Transdisciplinaria De Estudios Sociales Y Tecnológicos*, 5(1), 28–35. <https://doi.org/10.58594/rtest.v5i1.144>
- Guillén, J., Muñoz, D., & Peña, P. (2024). Una interpretación geométrica de los Axiomas de Peano como estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de los números naturales. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 25(1), 1-18. <https://www.redalyc.org/journal/6079/607976802002/607976802002.pdf>
- Herrera, H., Moreno, M., & Cuesta, A. (2024). Multiple Representations in a High School Differential Calculus course through Microlearning. *Journal Research In Mathematics Education*, 13(1), 87-110. <https://doi.org/10.17583/redimat.11314>
- Herrera, R., Rodríguez, M., & Ochoa, E. (2019). Metodología para el trabajo metodológico interdisciplinario en las disciplinas Análisis Matemático y Física, en la formación inicial de la carrera Licenciatura en Educación Matemática. *Mundo FESC*, 10(S1), 209-222. <https://doi.org/10.61799/2216-0388.421>
- Hidayati, A., Maya, T., & Qiftiyah, M. (2023). Development of Student Activity Sheets Based on The Realistic Mathematics Education (RME) Approach for Elementary School Students Pengembangan Lembar Kegiatan Siswa Berbasis Pendekatan Realistic Mathematics Education (RME) untuk Siswa Sekolah Dasar. *Al-Mudarris Journal of Education*, 6(1), 66-79. <https://doi.org/10.32478/al-mudarris.v6i1.1522>
- Ignatev, S., Folomkim, A., & Muratbakeev, E. (2021). Descriptive Geometry Problems Visualization by Wolfram Mathematica. *Geometry & Graphics* 8(4), 74-84. https://www.researchgate.net/publication/349638670_Descriptive_Geometry_Problems_Visualization_by_Wolfram_Mathematica

- Jeltsch, E. (2022). El Cálculo en la Era Digital: Una experiencia en Ingeniería con Wolfram Alpha. *ATICA 2022: Aplicación de Tecnologías de la Información y Comunicaciones Avanzadas y Accesibilidad*. Cuenca, Ecuador.
- Laderas, E., Acori, V., & Villa, L. (2023). Enseñanza del Cálculo diferencial e integral asistido por el software GeoGebra. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 26(3), 357-377. <https://www.redalyc.org/journal/335/33581666005/33581666005.pdf>
- Machado, R. (2018). A Visualização na Resolução de Problemas de Cálculo Diferencial e Integral no Ambiente Computacional MPP [Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas].
- McCaslin, S., & Kesireddy, A. (2015). Metallographic image processing tools using Mathematica Manipulate. En T. Sobh & K. Elleithy (Eds.), *Innovations and advances in computing, informatics, systems sciences, networking and engineering* (pp. 357–363). Springer.
- Milenković, A., Takači, Đ., & Božić, R. (2020). On the influence of software application for visualization in teaching double integrals. *Interactive Learning Environments*, 30(7), 1291-306. <https://doi.org/10.1080/10494820.2020.1719164>
- Muñoz, D., Paulino, D., & Calderón, M. (2025). La interpretación geométrica de la derivada de una función: una estrategia didáctica para estudiantes de secundaria. *Revista Educación*, 49(1), 1-23. <http://doi.org/10.15517/revedu.v49i1.58601>
- Mureşan, M. (2017). Introduction to Mathematica® with Applications. Springer
- Palencia-González, F. J., & García Llamas, M. del C. (2020). Un curso de Cálculo con Wolfram Alpha. *Pi-InnovaMath*, (3). <https://doi.org/10.5944/pim.3.2020.26949>
- Paragua, M., Paragua, C., Paragua, M., & Norberto, L. (2021). Análisis de funciones matemáticas usando la primera y segunda derivada en estudiantes de Matemática y Física de la UNHEVAL. *Investigación Valdiviana*, 15(1), 17-23. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=586066115002>
- Pereyra, N. E., & Herrera, C. G. (2020). Dificultades en la comprensión del concepto derivada de una función. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 15(2), 48-58. <https://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v15n2/v15n2a05.pdf>
- Pineda, W., Hernández, C., & Avendaño, W. (2020). Propuesta didáctica para el aprendizaje de la derivada con Derive. *Praxis & Saber*, 11(26), 1-19. <https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9845>
- Sánchez Matamoros, G., García, M., & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 267-296. <https://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v11n2/v11n2a5.pdf>
- Sánchez Ruiz, LM., & Morano Fernández, JA. (2023). *Cálculo y Álgebra con Mathematica 13*. Editorial Universitat Politècnica de València.
- Sánchez Santiesteban, J. L., Cruz Ramírez, M., Cabrera Martínez, A., & Sigarreta Almira, J. M. (2022). El significado del concepto de pendiente desde la perspectiva universitaria. *Revista Universidad y Sociedad*, 14(4), 156-171. <http://scielo.sld.cu/pdf/rus/v14n4/2218-3620-rus-14-04-156.pdf>
- Valenzuela, B., & Vigo, K. (2019). Dificultades presentes en la enseñanza y aprendizaje del teorema fundamental del cálculo: un estado del arte. *Quintaesencia*, 10, 33-39. <https://doi.org/10.54943/rq.v10i.120>
- Zayas-Batista, R., Del Valle-Núñez, L. J., & Chacuto-López, E. G. (2025). Las tecnologías de la información y las comunicaciones en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática Superior. *Revista Científica Episteme & Praxis*, 3(1), 103–115. <https://doi.org/10.62451/rep.v3i1.80>

ANEXOS

Anexo 1. Uso de la Función Manipulate en Wolfram empleada para crear el ejemplo mostrado de representación interactiva.

```
Manipulate[
Module[{f, df, angle, m},
f[x_] := x^2;
df[x_] := Evaluate[D[f[x], x]];
x0 = p;
m = df[x0];
angle = VectorAngle[{1, 0}, {1, m}];
Plot[{f[x], m*(x - x0) + f[x0]}, {x, -5, 5},
PlotLegends -> {"Función",
Row[{"Derivada (" , NumberForm[angle*180/Pi, {3, 2}], "°")"}]},
PlotRange -> {{-5, 5}, {-10, 10}},
AxesLabel -> {"x", "y"},
Epilog -> {Red, PointSize[Large], Point[{x0, f[x0]}]},
Epilog ->
Inset[Grid[{{"Tangente del ángulo: ",
NumberForm[Tan[angle], {3, 2}]}, {"Pendiente de la derivada: ",
NumberForm[m, {3, 2}]}], {3, 8}]]
],
{{p, 0, "Punto"}, -5, 5, 0.1, Appearance -> "Labeled"}
]
```

Conflictos de interés:

Los autores declaran no tener conflictos de interés.

Contribución de los autores:

Nolbert González-Hernández, Hilário Madureira Sacalei-Freitas, Wilber Garcés-Cecilio: Concepción y diseño del estudio, adquisición de datos, análisis e interpretación, redacción del manuscrito, revisión crítica del contenido, análisis estadístico, supervisión general del estudio.